

水位速降条件下吹填及碾压筑堤渗流稳定性模型试验研究*

Model Test Research on Seepage Stability of Dredging Fill and Rolling Embankment under
The Condition of Rapid Water Level Drop

莫永杰¹, 徐啸川²

(1. 中国有色桂林矿产地质研究院有限公司, 广西 桂林 541004;

2. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 堤坝水位的快速降低可能会导致堤坝渗流发生变化, 这是由于堤身内部高孔隙水压力, 从而影响堤坝的稳定性。孔隙水压力的消散在很大程度上受筑堤方式的影响。通过大型室内模型试验, 研究吹填、碾压筑堤在水位速降下的孔隙水压力变化、水土总压力变化以及坡面位移演化规律。结果表明: 水位速降条件下吹填筑堤稳定性优于碾压筑堤; 在水位上升阶段, 孔隙水压力平衡后碾压筑堤的孔隙水压力高于吹填筑堤; 水位速降时吹填筑堤的孔隙水压力消散速度比碾压筑堤慢, 并且孔隙水压力的变化在水土总压力变化中占主导地位; 渗流边界的变化, 导致坝体内外形成压力差, 是导致坝体发生失稳的主要因素; 孔隙水压消散速度是导致吹填筑堤与碾压筑堤变形不同的主要原因。研究成果可为水位速降下堤坝治理提供一定参考。

关键词: 水位速降; 堤坝工程; 模型试验; 孔隙水压力; 稳定性

中图分类号: TV871

文献标志码: A

文章编号: 1005-8249 (2024) 06-0048-07

DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2024.06.009

MO Yongjie¹, XU Xiaochuan²

(1. China Nonferrous Metals (Guilin) Geology and Mining Co., Ltd., Guilin 541004, China;

2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan 430074, China)

Abstract: The rapid lowering of dam water levels may lead to changes in seepage within the dam due to high pore water pressure inside the dam body, thereby affecting the stability of the dam. The dissipation of pore water pressure is largely influenced by the dam construction method. Through large-scale indoor model tests, this study investigates the changes in pore water pressure, total earth pressure, and slope displacement evolution under rapid water level drawdown for hydraulic fill and compacted fill dams. The results show that under rapid water level drawdown, the stability of hydraulic fill dams is better than that of compacted fill dams. During the water level rise stage, after pore water pressure equilibrium, the pore water pressure in compacted fill dams is higher than in hydraulic fill dams. During rapid water level drawdown, the dissipation of pore water pressure in hydraulic fill dams is slower than in compacted fill dams, and changes in pore water pressure dominate the changes in total earth pressure. The pressure difference formed between the inside and outside of the dam due to changes in the seepage

* 基金项目: 国家自然科学基金项目 (51779155)。

作者简介: 莫永杰 (1986—), 男, 本科, 工程师, 研究方向: 岩土工程。

通信作者: 徐啸川 (1988—) 男, 博士, 讲师, 研究方向: 地质灾害防治研究。

收稿日期: 2023-07-12

boundary is the main factor leading to dam instability. The dissipation rate of pore water pressure is the key reason for the difference in deformation between hydraulic fill and compacted fill dams. The findings provide a reference for dam management under rapid water level drawdown conditions.

Keywords: rapid drawdown of water level; dam project; model test; pore water pressure; stability

0 引言

水位速降是指在堤防工程所在斜坡外部，水位迅速降低的情况^[1]。在水位速降的情况下，斜坡内部的水不能立即排干，渗水线基本保持不变，但斜坡整体的渗流边界条件会发生显著变化，导致堤防发生劣化，稳定性降低^[2]。美国 Roosevelt 湖水位在下降了 10~20 m 后，在其附近诱发了 30% 左右的山体滑坡^[3]；西班牙 Canelles 水库由于水位下降，导致了 $4.0 \times 10^7 \text{ m}^3$ 土方量的滑坡被激活^[4]；2003 年，我国三峡水库由于水位线发生变化，诱发千将坪滑坡灾害，造成重大财产损失和人员伤亡^[5]。由于水位下降引发的灾害案例在国内外被大量报道。因此，对水位速降条件下斜坡的破坏机理的研究具有重要意义。

目前，针对水位速降对斜坡稳定性影响的研究主要采用模型试验、数值仿真分析、理论推导以及现场研究等手段^[6-8]。Viratjandr 等^[9]通过极限分析法，研究了不同水位下降速度对边坡稳定性的影响；Jia 等^[10]、罗先启等^[11]等分别通过大型模型试验，研究了水位波动对岩质边坡孔隙水压、位移规律的影响；贾官伟等^[12]通过模型试验揭示了水位骤降条件下砂质粉土斜坡的破坏模式；詹美礼等^[13]研究了水位骤升骤降条件下堤坝的稳定性；李子阳等^[14]将非稳定渗流理论引入有限元中，计算土石坝在水位波动下的渗流稳定性；上述研究主要集中于某一特定的斜坡在水位变化下的渗流稳定性研究，而针对吹填筑堤和碾压筑堤两种不同筑堤方式下堤坝的渗流稳定性鲜有研究。

以黑龙江省干流某堤防工程为研究背景，设计并开展吹填筑堤、碾压筑堤大型模型试验，通过室内试验研究在水位速降条件下吹填筑堤、碾压筑堤的渗流稳定性。揭示两类堤坝在水位速降下的失稳破坏规律。研究成果以期为堤坝的稳定性分析和安全评估提供参考。

1 堤坝模型与试验方案设计

1.1 工程背景

黑龙江干流某堤防工程为吹填筑堤范围。吹填过程中，砂性土经历颗粒水中运移，颗粒在水流作用下冲撞、挤压、静水沉降和固结排水等阶段，这与摊铺、碾压的填筑方式存在较大的区别。为使室内研究成果更好地指导堤防工程的管养与维护，亟待开展吹填和碾压两种筑堤方式下的模型试验研究。

1.2 相似关系设计

以黑龙江干流某堤防工程为试验案例，根据相似理论与模型箱尺寸进行相似关系设计^[15]。在设计时需要充分考虑到几何相似、动力相似（即渗流场需满足达西定律）。试验的几何相似比为 1:10，其余主要物理量的相似常数见表 1。

表 1 模型试验相似常数		
Table 1 Similarity constants for model tests		
物理量	相似关系	相似常数
长度 l	C_l	10
流速 v	$C_v = C_L^{0.5}$	3.16
流量 Q	$C_Q = \lambda L^{2.5}$	316.23
渗流时间 t	$C_t = C_L^{0.5}$	3.16

1.3 堤坝模型设计

室内分别进行两种模型试验，分别为常规碾压填筑与吹填填筑方式。模型试验箱体尺寸为 6 m × 1 m × 1.2 m（长、宽、高）。模型试验箱的边壁为嵌于水槽钢架内的有机玻璃，便于观察水槽内模型的变化情况。此外，试验平台还包括水位升降系统、地形自动测量系统等，具体示意图如图 1 所示。试验过程中通过水位控制系统实现坡外水位的骤降，利用数码摄像、高精度传感器等仪器设备记录水位骤降过程中边坡内的孔隙水压力、土水总压力、滑动面形态及坡面裂缝的形成和发展过程，观察水位骤降引致边坡失稳的原因及失稳模式。

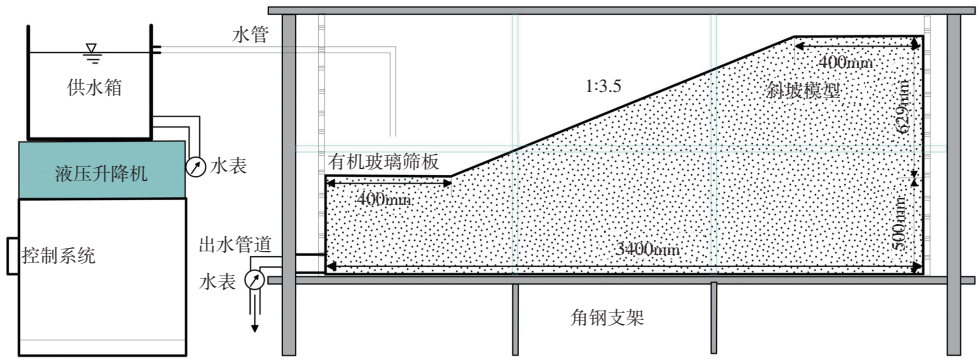


图 1 试验平台系统示意图
Fig. 1 Schematic diagram of test platform system

1.4 试验方案设计

1.4.1 试验过程控制

吹填筑堤模型试验：先碾压填筑堤基 50 cm，堤身部分为模拟吹填填筑。通过水泵向模型槽中注入清水，同时人工向水泵出水管下方填土，保证水流对投入模型槽中的土料颗粒产生冲力，使土料在水中自由分散、运移、沉积，形成堤身。当填土到达预设位置后，开始埋设土压力计和渗压计等传感器，直至整个模型制作完毕。当吹填达到设计高度后，按照设计的坡比进行修坡。

碾压筑堤模型试验：依据现场实测土体的含水率与干密度作为控制填筑指标，其堤身控制密度为 1.60 g/cm³，堤基控制密度为 1.62 g/cm³。为使模型填筑得更均匀，填筑过程中采取分层碾压填筑法，每层填筑高度设计为 20 cm。测压管外需使用土工布形成密封，以减少砂土颗粒对试验结果的影响。当填筑到达控制高度时，在相应位置埋设传感器。当模型填筑完成后，再进行修坡处理，以保证两次模型试验的斜坡几何参数相同。

1.4.2 水位变化设计

根据黑龙江干流某堤防工程设计文件，选取典型断面作为模型试验的设计断面，根据标准为 50 年一遇，设计洪水位为 42.58 m，迎水坡坡顶高程为 44.78 m，坡脚高程为 38.49 m，水深 4.09 m，迎水面坡比为 1:3.5。按照模型比尺得出，渗流计算模型为其 50 年一遇水位为 42.58 cm，迎水坡坡顶高程为 44.78 cm，坡脚高程为 3.49 cm，模拟堤基深度为 50 cm，水深为 4.09 cm，迎水面坡比为 1:3.5。采用黑龙江干流最大洪水“2013 年洪水”过程时间来确

定堤防的浸泡时间。根据水文资料，7 月 6 日抚远站水位从 84.77 m 开始上涨，9 月 2 日出现洪峰，洪峰水位 89.88 m，超警戒水位 2.38 m，超警历时 46 d。按照模型时间比例尺得出，模型高水位浸泡时间为 120 h。

根据 GB 50286—2013《堤防工程设计规范》和土的物理力学性质（渗透系数 0.027 cm/s，给水度 0.167），反算出水位下降的平均速度为 0.517 cm/s，降水高度为 0.41 m，故降水时间约为 79 s。试验中采用抽水泵结合模型排水阀一起控制降水时间。实测模型试验降水体积为 0.535 m³（忽略模型土体内部在降水过程中渗流出的水的体积），试验中使用流量分别为 15、7 m³/h 的两种抽水泵同时运行了 45 s，45 s 后关闭流量为 7 m³/h 的抽水泵，让流量为 15 m³/h 的抽水泵运行 37 s，此时模型坝外水面正好降落到坡底部位置，用时 82 s。此后打开排水阀，使水面一直保持在坡底面位置。

1.5 传感器的埋设

在进行吹填筑堤和碾压筑堤试验时，需要保证两次模型试验的断面尺寸和传感器布设位置一致。各个传感器布设的具体位置及断面模型如图 2 所示。

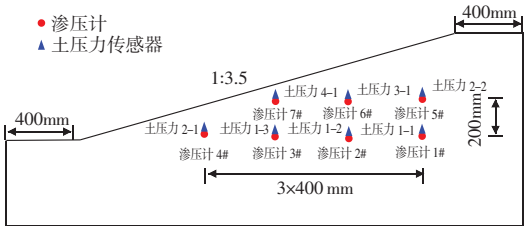


图 2 试验断面及仪器布置图
Fig. 2 Experimental section and instrument layout

2 筑堤砂土基本力学特性试验

2.1 颗粒级配

试验用土均为黑龙江干流某堤防工程现场运回。土体取回后,在室内进行颗粒分析试验,颗粒级配曲线如图3所示。根据试验结果可知,土样分类为SP级配不良砂。

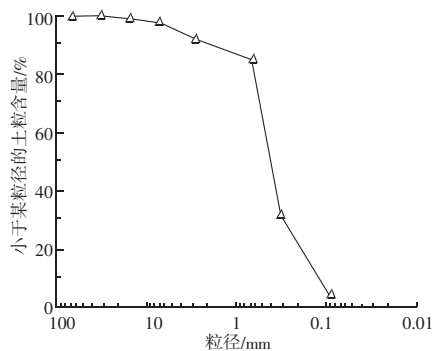


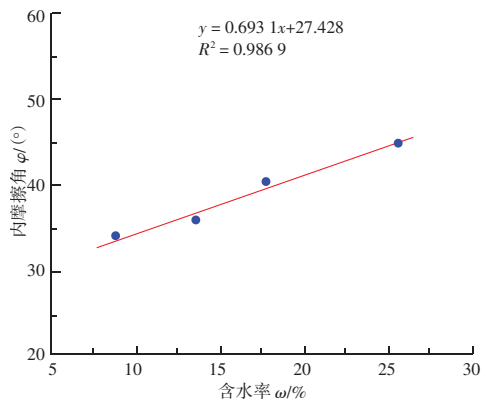
图3 颗粒级配曲线图

Fig.3 Particle gradation curve

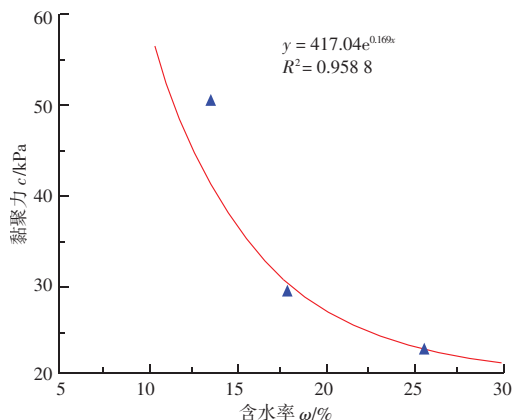
2.2 三轴剪切试验

为研究砂性土在排水过程中的抗剪强度性能的变化,通过开展三轴试验研究了砂性土剪切过程中变形及抗剪强度指标的变化规律。试验考虑初始含水率分别为8.8%、13.5%、17.8%、25.6%对吹填砂性土变形和强度性能的影响。对土体在围压为50、100、200、400 kPa下进行三轴剪切试验(UU),利用试验得到的应力-应变曲线,确定其破坏强度,根据库仑-摩尔强度理论,得到吹填砂性土的抗剪强度指标随初始含水率的变化规律。

通过三轴总应力路径图计算不同初始含水率下砂性土体抗剪强度指标(内摩擦角和黏聚力),拟合结果如图4所示。



(a) 内摩擦角



(b) 黏聚力

图4 三轴试验结果

Fig.4 Triaxial test results

砂性土体的内摩擦角随含水率的增加呈线性增加,但变化幅度较小,基本处于稳定状态。吹填砂性土存在“假黏聚力”,假黏聚力随含水率的增加呈指数衰减的变化趋势。这主要是由于非饱和砂的渗透性弱,故决定假黏聚力的大小主要是基质吸力,基质吸力通常与水的表面张力联系在一起。在毛细区内,毛细压力使砂土结构内压应力增加,从而引起非饱和砂的抗剪强度提高,在抗剪强度构成中存在假黏聚力。此外,毛细作用与土的颗粒级配有关,颗粒越细,土体孔隙越小,毛细作用越强烈,由于吹填砂的颗粒比较细,故毛细作用十分强烈,在一定含水率下表现为假黏聚力的值较大,对非饱和砂土强度影响显著,实际工程中必须引起重视。

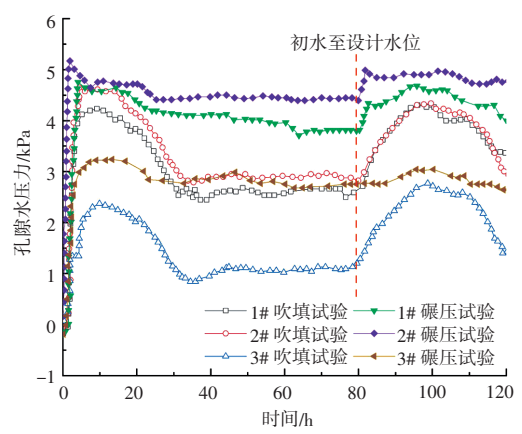
3 大模型试验结果分析

3.1 孔隙水压力变化结果

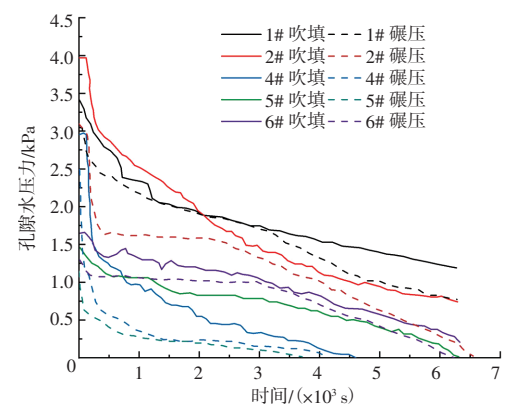
高位浸泡阶段、水位速降阶段的模型孔隙水压力变化结果如图5所示。由图5(a)可知,在水位上升阶段,碾压筑堤的孔隙水压力的变化均快于吹填筑堤,并且两种模型的孔隙水压力均呈现出先增加再减小的现象。当孔隙水压力平衡后,可以明显看出碾压堤坝的孔隙水压力高于吹填筑堤的孔隙水压力。随着模型土体浸泡时间的延长,水位下降较为明显,在80 h时,再次对两种模型进行了补水至设计水位。因此,模型在80~90 h时,又再一出现孔隙水压先增加再降低的现象。

由图5(b)可知,从设计水位(0.9 m)骤降

岩土力学



(a) 高水位浸泡阶段孔隙水压变化结果



(b) 水位速降阶段孔隙水压变化结果

图5 孔隙水压变化结果

Fig.5 Results of pore water pressure change

到坡底 (0.5 m) 的过程中, 孔隙水压力开始不断减小, 靠近坡面处的孔隙水压力 (4#) 下降幅度大于埋设于坡体内部的孔隙水压力 (1#) 下降幅度。说明堤身内部存在向坡面的渗流力, 坡体内部的孔隙水压力变化明显慢于坡外的孔隙水压力变化。当坡外水位降低至 0.5 m 时, 即坡外水位降低到坡底时, 吹填模型 1#、4#、5#测得的孔隙水压力下降约为 0.08、1.05、0.16 kPa。碾压模型 1#、4#、5#测得的孔隙水压力下降约为 0.53、1.34、0.68 kPa。表明在水位速降的条件下, 吹填筑堤的孔隙水压力消散速度明显比碾压筑堤慢。

3.2 水土总压力变化结果

土压力随时间的变化过程如图 6 所示。在蓄水过程中, 孔隙水压力随蓄水水位升高的增速更快, 导致总应力呈现出增大的趋势。在水位速降过程中, 水土总应力与孔隙水压力同时减小。碾压填筑模型中, 靠近坡面的 2-1#压力由 10.98 kPa 下降至

8.72 kPa, 下降了 2.26 kPa, 而孔隙水压力下降了 1.34 kPa; 吹填模型中靠近坡面的 2-1#压力由 10.56 kPa 下降至 9.83 kPa, 下降了 0.73 kPa, 而孔隙水压力下降了 0.64 kPa; 因此, 孔隙水压力的下降在土水总压力的下降中占据主导地位。

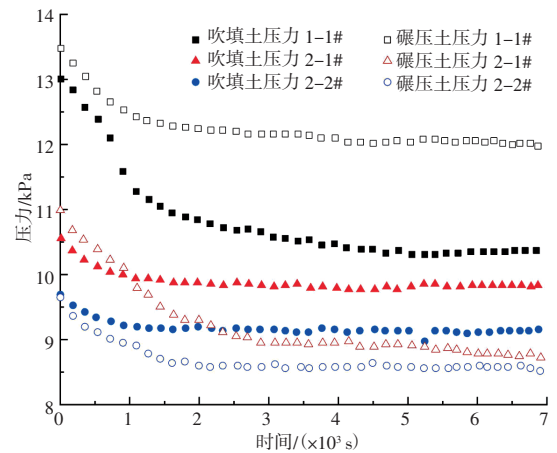


图6 水位速降阶段孔隙水压变化结果

Fig.6 Variation results of pore water pressure in the stage of rapid water level drop

3.3 坡面变形

为进一步研究斜坡模型在水位速降条件下的变形破坏特征, 使用地形自动测量系统对试验过程中的斜坡坡面位移进行了监测。由于地形变形值不易在全尺寸模型上体现, 因此将试验模型沿着竖直方向分为 5 个断面, 分别为距离坡脚 0~50、50~100、100~150、150~200 以及 200~250 cm。吹填及碾压筑堤水位速降后的地面沉降云图如图 7 所示。由于填筑土料为砂性土且渗透系数较大, 在浸水后堤身将产生沉降。经过长时间的浸泡之后, 坡面位移进一步增大。在水位速降过程中, 由于渗流边界变化, 坡内水位下降滞后于坡外, 坡内形成水头差, 产生指向坡外的渗透压力, 带动土体由坡面向下滑动。斜坡上部产生沉降对底部土体产生挤压, 在水位速降条件下, 斜坡底部会产生一定程度的上拱变形, 吹填筑堤的拱起最大值约为 1.50 cm, 而碾压筑堤的拱起最大值约为 1.71 cm。

定义地表沉降残余变化量为水位速降后坡面与原始状态的位移差值。提取模型中轴线断面上测点的沉降残余变化量, 如图 8 所示。吹填筑堤表面地形沉降残余值比碾压沉降残余值小很多, 在靠近堤防顶部位置碾压筑堤方式出现最大沉降残余值 2.57 cm,

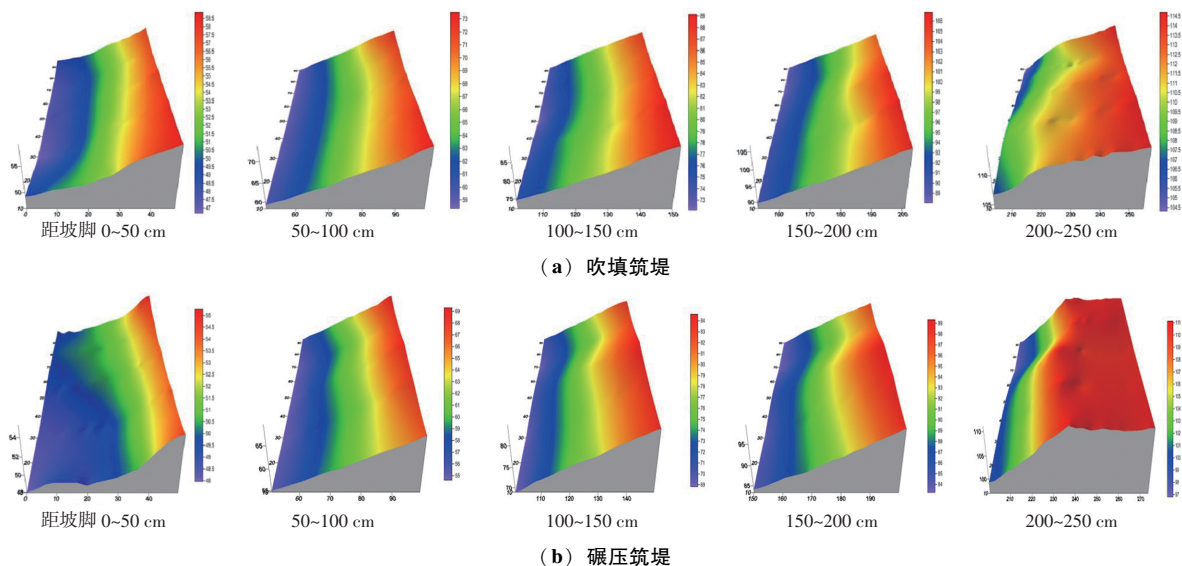


图7 水位速降后地面沉降云图

Fig. 7 Cloud map of land subsidence after rapid water level drop

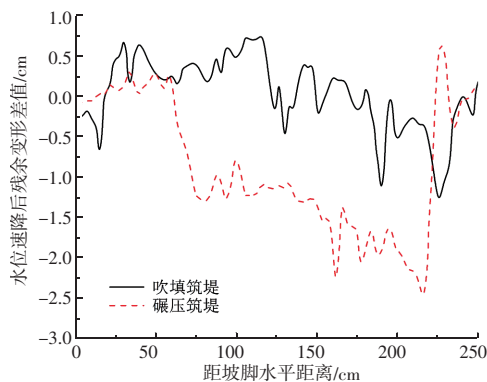


图8 水位速降后模型中轴线断面的沉降值变化

Fig. 8 Changes of settlement value of model axis section after rapid water level drop

而吹填筑堤方式出现最大沉降残余值 1.41 cm。表明水位速降工况下, 吹填筑堤比碾压筑堤稳定性好。

4 结论

通过两组大型模型试验, 对比研究了吹填、碾压两种筑堤方式在水位速降条件下的稳定性, 得到以下主要结论:

(1) 水位上升阶段, 两种模型的孔隙水压力均呈现先增加再减小的规律, 并且碾压筑堤的孔隙水压力变化的更快。当孔隙水压力平衡后, 碾压筑堤的孔隙水压力显著高于吹填筑堤的孔隙水压力。

(2) 水位速降阶段, 坡面的孔隙水压力削减速度显著高于堤身内部, 表明堤身内部向坡面有渗透压力。

(3) 吹填筑堤的孔隙水压力消散速度比碾压筑堤慢。孔隙水压力的变化是引起土水总压力变化的主要原因。

(4) 水位速降会导致模型的渗流边界发生变化, 导致坡内和坡外形成水头差, 面向堤身外部的渗透压力使得堤身上部土体向下发生滑落, 在斜坡底部产生上拱变形。

(5) 通过模型试验得出吹填筑堤比碾压筑堤的稳定性好。

参 考 文 献

- [1] FAN L, ZHANG G, LI B, et al. Deformation and failure of the Xiaochatou Landslide under rapid drawdown of the reservoir water level based on centrifuge tests [J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2017, 76: 891-900.
- [2] 陈祖煜, 蔡云鹏, 王玉杰, 等. 边坡倾倒稳定分析 Goodman-Bray 法: 改进、测试与应用 [J]. 中国公路学报, 2018, 31 (2): 30-38.
- [3] JONES F O, EMBODY D R, PETERSON W L. Landslides along the Columbia River Valley [J]. Northeastern Washington: USGeological Survey Professional Paper, 1961.
- [4] PINYOL N M, ALONSO E E, COROMINAS J, et al. Canelles landslide: modelling rapid drawdown and fast potential sliding [J]. Landslides, 2012, 9: 33-51.
- [5] 肖诗荣, 刘德富, 胡志宇. 三峡库区千将坪滑坡高速滑动机制研究 [J]. 岩土力学, 2010, 31 (11): 3531-3536.
- [6] 廖红建, 盛谦, 高石奇, 等. 库水位下降 (下转第 67 页)

制提供了科学依据和参考。

参 考 文 献

- [1] 王梦恕. 中国隧道及地下工程修建技术 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2010.
- [2] 余俊, 翁贤杰, 樊文胜, 等. 松散地层隧道进洞段管棚注浆加固效应分析 [J]. 山东大学学报: 工学版, 2020, 50 (6): 9.
- [3] 许黎明. 国内首条过海地铁盾构隧道关键技术攻关研究 [J]. 都市轨道交通, [J]. 都市轨道交通, 2017 (6): 51-55.
- [4] 郑可跃, 施成华, 雷明锋, 等. 考虑松动效应的高地应力构造破碎带隧道稳定性分析及大变形支护设计优化 [J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40 (8): 1603-1613.
- [5] 吉凌, 周传波, 张波, 等. 大断面隧道爆破作用下围岩动力响

应特性与损伤效应研究 [J]. 铁道学报, 2021, 43 (7): 8.

- [6] 张小伟, 张丽, 韩亚飞, 等. 大断面平顶地铁暗挖车站下穿既有建筑方案研究及变形控制: 以北京地铁 8 号线三期前门站工程为例 [J]. 隧道建设 (中英文), 2021, 41 (6): 979-987.
- [7] 曹智淋, 谢强, 宋战平, 等. 卸荷作用对超大断面隧道围岩压力的影响 [J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39 (S1): 2882-2891.
- [8] 李俊杰. 暗挖区间隧道近接既有地铁隧道施工变形影响及控制措施研究 [J]. 现代隧道技术, 2019, 56 (4): 168-174.
- [9] 赵鹏. 浅埋暗挖隧道上穿既有盾构变形控制研究 [J]. 铁道建筑技术, 2021 (11): 137-141.
- [10] 梁庆国, 房军, 贺谱. 基于现场监测统计的隧道围岩压力特征分析 [J]. 地下空间与工程学报, 2020, 16 (2): 555-566.

(上接第 47 页)

离子渗透性能以及抗硫酸盐侵蚀性能的改善作用开始放缓, 故保护剂的最佳涂刷方式为两层底漆 + 两层面漆。

(4) 根据耐久性试验结果, 推荐采用氟碳类保护剂作为清水混凝土的保护剂, 且最佳涂刷方式为两层底漆 + 两层面漆。

参 考 文 献

- [1] 陈金平, 邵津琛, 何静, 等. 清水混凝土配合比正交试验和质量控制 [J]. 粉煤灰综合利用, 2020, 34 (5): 72-76, 110.
- [2] 张笈玮, 樊博琅, 杨辉, 等. BIM 在异形薄壁混凝土风洞工程施工中的应用研究 [J]. 施工技术, 2014, 43 (21): 17-20.
- [3] 孟书灵, 卢霄, 艾洪祥, 等. 桥梁清水自密实混凝土的工

作性能及早期抗裂性能研究 [J]. 新型建筑材料, 2020, 47 (5): 5-9.

- [4] 张云鹏, 张志增, 李芳. 清水混凝土保护剂对混凝土抗氯离子侵害的影响研究 [J]. 河南城建学院学报, 2019, 28 (3): 44-48.
- [5] 张志增, 张云鹏, 李松凡, 等. 清水混凝土保护剂对混凝土抗冻性能的影响研究 [J]. 新型建筑材料, 2018, 45 (11): 134-138.
- [6] 张云鹏, 张志增, 李松凡, 等. 清水混凝土保护剂对混凝土的抗碳化性能试验研究 [J]. 现代涂料与涂装, 2018, 21 (8): 1-4, 11.
- [7] 李芳, 张云鹏, 李松凡, 等. 清水混凝土保护剂对混凝土吸水率的影响 [J]. 河南科学, 2018, 36 (7): 1075-1079.
- [8] 《清水混凝土应用技术规程》. 北京市, 中国建筑股份有限公司, 2012-01-01.

(上接第 53 页)

对滑坡体稳定性的影响 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005 (19): 56-60.

- [7] 向玲, 王世梅, 王力. 动水压力型滑坡对库水位升降作用的响应: 以三峡库区树坪滑坡为例 [J]. 工程地质学报, 2014, 22 (5): 876-882.
- [8] 史振宁, 戚双星, 付宏洲, 等. 降雨入渗条件下土质边坡含水率分布与浅层稳定性研究 [J]. 岩土力学, 2020, 41 (3): 980-988, 1085.
- [9] VIRATJANDR C, MICHALOWSKI R L. Limit analysis of submerged slopes subjected to water drawdown [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2006, 43 (8): 802-814.
- [10] JIA G W, ZHAN T L T, CHEN Y M, et al. Performance of a

large-scale slope model subjected to rising and lowering water levels [J]. Engineering Geology, 2009, 106 (1-2): 92-103.

- [11] 罗先启, 刘德富, 吴剑, 等. 雨水及库水作用下滑坡模型试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005 (14): 2476-2483.
- [12] 贾宏伟, 詹良通, 陈云敏. 水位骤降对边坡稳定性影响的模型试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28 (9): 1798-1803.
- [13] 詹美礼, 踪金梁, 严飞, 等. 堤外水位升降条件下非稳定渗流模型试验研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33 (增刊1): 91-96, 111.
- [14] 李子阳, 马福恒, 张湛, 等. 水位骤变下土石坝非稳定渗流及稳定分析 [J]. 人民黄河, 2019, 41 (1): 106-110.
- [15] 袁文忠. 相似理论与静力学模型试验 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1998: 112-119.